SOVAFA
Sociedad Venezolana de
Aficionados a la Astronomía

Contacto con el Universo

A PROPOSITO DE LA OCULTACION DE SATURNO POR LA LUNA

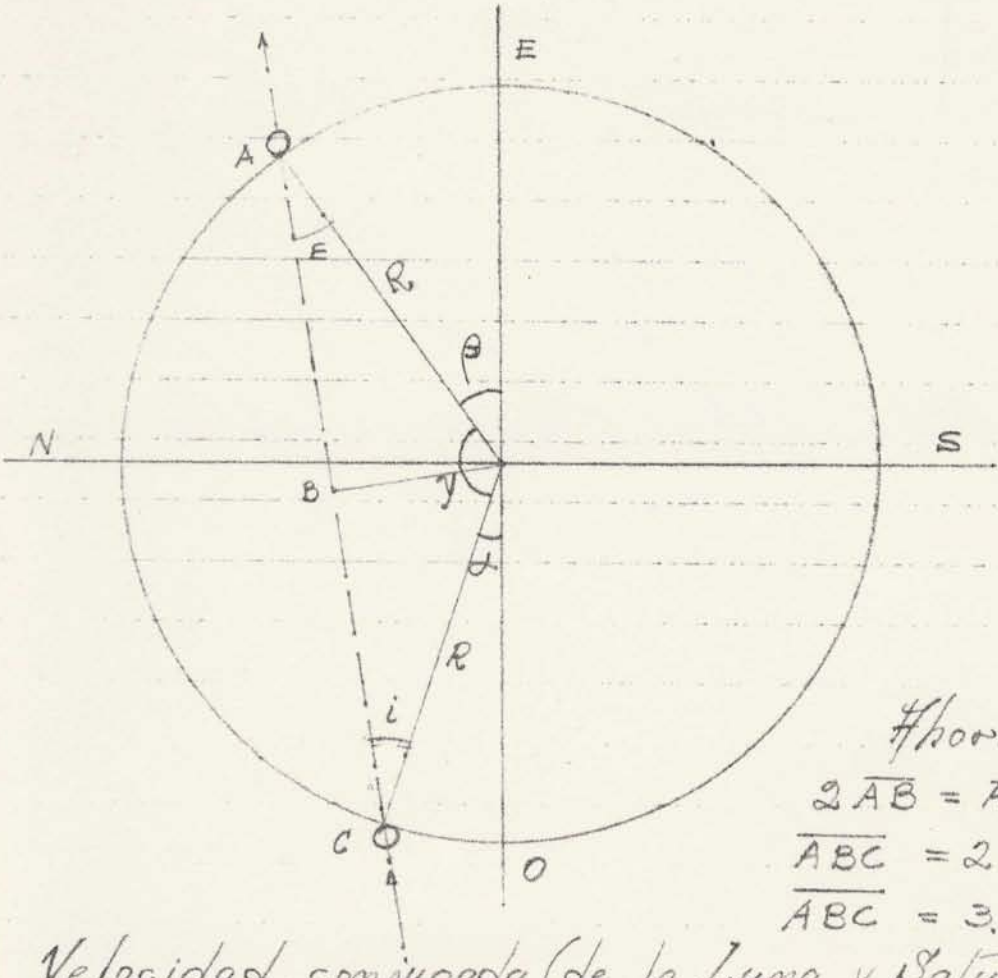
TOBIAS ARIAS

FECHA: 29 MARZO DE 1990
23H 40M 40S T.U.

A PROPOSITO DE LA OCULTACION DE SATURNO POR LA LUNA.
===

FECHA: 29 DE MARZO DE 1.980
HORA: 23 h 40 m 40 s (T.U.)
==============================

A propósito de la ocultación de Saturno por la Luna, el Sábado 29-03-80.



Cálculo de la secante $\overline{ABC}$.

$\alpha = 18^\circ$: $\beta = 35^\circ$

$y = 180^\circ - (\alpha + \beta)$.

$y = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$

$\varepsilon = i \therefore \varepsilon + i = 2\varepsilon$.

$2\varepsilon = 180^\circ - y \therefore$

$\varepsilon = \dfrac{180^\circ - y}{2} = \dfrac{180^\circ - 127^\circ}{2}$

$\varepsilon = 26^\circ 30'$.

Ahora : $\overline{AB} = \overline{BC} = R \cdot \cos \varepsilon$.

$2\overline{AB} = \overline{ABC} = 2R \cdot \cos \varepsilon$.

$\overline{ABC} = 2(1738{,}0) \cdot \cos 26^\circ 30' \therefore$

$\overline{ABC} = 3.110{,}7918$ (Km). ①

Velocidad conjugada (de la Luna y Saturno) $= \dfrac{3110{,}7918}{\tau}$.

Apreciación de τ (tau):

) Instante de la ocultación del centro de Saturno : $23^h 40^m 40^s$ (T.U.)
Duración " " " " " disco " " : $111{,}0^s$.
) Instante de la reaparición " centro " " : $0^h 16^m 41^s$ (T.U.).
Duración " " " " disco " " : $119^s{,}0$.
) Luego : Instante del primer contacto : $23^h 40^m 40^s$

$$\begin{array}{r} 23^h\,40^m\,40^s \\ -55^s \\ \hline 23^h\,39^m\,45^s. \end{array}$$

l) Luego : Instante del tercer contacto : $24^h 16^m 41$

$$\begin{array}{r} 24^h\,16^m\,41 \\ -60 \\ \hline 24^h\,15^m\,41^s. \end{array}$$

e) Duración del fenómeno: $24^h\ 15^m\ 41^s$
$$\underline{-23^h\ 39^m\ 45^s}$$
$$\tau = 35^m\,56^s = 2156^s \,.\quad \tau = 35^m\,56^s = 35^m{,}9333.$$

Entonces: $\underline{\text{Velocidad conjugada real}} = \dfrac{3.110{,}7918}{2.156{,}0} = 1{,}442 \left(\dfrac{Km}{seg}\right)$

Cálculo de la velocidad conjugada aparente :

1°) Velocidad real de la Luna en su órbita :

$v_r = \dfrac{2\pi\delta}{T}$; δ - (delta) = distancia Tierra-Luna.

T = duración del mes sinódico = 27,5 (dias)

$$v_r = 6{,}2832\,\frac{3{,}84\cdot 10^8}{27{,}5\cdot 8{,}64\cdot 10^4} = 1.015\left(\frac{m}{seg}\right).$$

2°) Velocidad aparente de la Luna en su órbita :

$$\boxed{v_a = K_1 \cdot \mu''\,\frac{(v_r)_{cm}}{\delta}} \quad (\text{fórmula propia}).$$

Donde : K_1 = una constante = $7{,}5\cdot 10^{-3}$.

μ'' = seg. de arco de 1 (radián) = $2{,}06265\cdot 10^5$.

Entonces :

$$v_a = (7{,}5\cdot 10^{-3})(2{,}06265\cdot 10^5)\,\frac{1{,}015\cdot 10^5 (cm)}{3{,}84\cdot 10^{10}(cm)} = 0{,}00408\left(\frac{cm}{seg}\right).$$

δ en $\left(\dfrac{cm}{min}\right)$: $v_a = 4{,}08\cdot 10^{-3}\,(60) = 0{,}24\left(\dfrac{cm}{min}\right)$.

3°) La velocidad conjugada aparente será, entonces :

$$\frac{\text{longitud aparente de la cuerda } \overline{ABC}}{\text{duración del fenómeno}} = v_{conj}.$$

Pero sentaremos la hipótesis de que el diámetro aparente de la Luna llena, en el cenit, es igual a 14 (cm), o sea, a un círculo de éste diámetro colocado a la distancia de visión distinta (30 cm).

Entonces plantearemos está regla de tres sencilla :

$2\,(1.738)$ Km. $= 14$ (cm).
$3.110,7918$ " $= x$ ".

$x = 12,53$ (cm). = longitud aparente de la cuerda $\overline{ABC}$.

De modo que la velocidad conjugada aparente será:

$$v_{conj} = \frac{12,53}{35,9333} = 0,3487 \left(\frac{cm}{min.}\right).$$

4°) Pero como la v_a de la Luna en su órbita es $0,24 \left(\frac{cm}{min}\right)$, hay ésta diferencia:

$$0,3487 - 0,2400 = 0,1087 \left(\frac{cm}{min}\right).$$

¿A qué se deberá? Examinemos dos posibilidades:

5°) ¿A la velocidad aparente de Saturno en su órbita, que como la Luna también se mueve de Oeste a Este?

Veamos:

a) Velocidad real de Saturno en su órbita:

$$v_r = \frac{2\pi\mathcal{S}}{T}. \quad \mathcal{S} = 1.428 \cdot 10^6 \text{ (Km)} = 1,428 \cdot 10^{14} \text{ (cm)}.$$
$$T = 29,5 \text{ (años)} = 9,303 \cdot 10^8 \text{ (seg)}.$$

Luego: $v_r = 6,2832 \dfrac{1,428 \cdot 10^{14}}{9,303 \cdot 10^8} = 9,6446 \cdot 10^5 \left(\frac{cm}{seg}\right).$

b) Velocidad aparente de Saturno en su órbita:

$$\boxed{v_a = K_1 \cdot \mu'' \frac{(v_r)cm}{\mathcal{S}}}.$$

Substituyendo por los valores conocidos (véase pág. anterior):

$$v_a = (7,5 \cdot 10^{-3})(2,06265 \cdot 10^5)\frac{9,6446 \cdot 10^5}{1,428 \cdot 10^{14}} = 1,0448 \cdot 10^{-5} \left(\frac{cm}{seg}\right).$$

Y en $\left(\frac{cm}{min}\right)$: $v_a = 1,0448 \cdot 10^{-5} \cdot (60) = 6,24 \cdot 10^{-4} \left(\frac{cm}{min}\right).$

<u>O sea:</u> la velocidad aparente de Saturno en su órbita no influye para nada, pues es ínfima: 6 micras por minuto $= 6,24 \cdot 10^{-3} \left(\frac{mm}{min}\right)$.

6°) ¿Y la rotación de la Tierra?

Veamos:

a) Velocidad real de rotación de la Tierra para la latitud de Caracas (10° 30'):

$$v_{rot.} = \frac{2\pi (R.\cos\varphi)}{24 \times 60 \times 60} = 6,2832 \frac{6,370 \cdot 10^3}{2,4 \times 3,6 \cdot 10^4} \cdot (0,9832549) \therefore$$

$$v_{rot.} = 0,45548 \left(\frac{Km}{seg}\right).$$

b) Pero a la distancia de la Luna ésta rotación se manifiesta como igual a:

$$\boxed{(v_a)_{rot} = K_1 \cdot \mu'' \frac{(v_r)_{rot}}{\delta}}$$

Substituyendo por los valores conocidos:

$$(v_a)_{rot.} = (7,5 \cdot 10^{-3})(2,06265 \cdot 10^5) \frac{4,5548 \cdot 10^4}{3,84 \cdot 10^{10}} = 18,3495 \cdot 10^{-4} \left(\frac{cm}{seg}\right).$$

Y en $\left(\frac{cm}{min}\right)$: $(v_a)_{rot.} = 18,3495 \cdot 10^{-4} \cdot (60) = 0,1100 \left(\frac{cm}{min}\right)$.

7°) <u>Conclusión:</u>

Este valor discrepa del encontrado en el punto 4°) en ésto:

$$\begin{array}{r} 0,1100 - \\ 0,1087 = \\ \hline 0,0013 \end{array} \left(\frac{cm}{min}\right);$$

el cual se manifestaría en éste nuevo tiempo para el fenómeno:

a) $0,2400 + 0,1100 = 0,3500 \left(\frac{cm}{min}\right)$ = velocidad conjug.

b) $\tau = \frac{12,53}{0,3500} = 35^m,8 = 35^m\ 48^s$, que acusa una diferencia de 8 (seg), lo cual está en el límite de la tolerancia.

c) <u>Luego:</u>

La velocidad aparente de rotación de la Tierra, proyectada hasta la Luna, y la velocidad aparente de traslación de la Luna en su órbita, son los dos factores que determinan la velocidad conjugada de circulación de un planeta o de una estrella al cruzar la secante del disco lunar cuando se produce una ocultación. Si calculamos la secante que cruza el objeto celeste y dividimos su longitud aparente por la velocidad conjugada, obtendremos la duración del fenómeno en minutos.

F. Arruiz M.
31-03-80.

Nota.- Los instantes precisos de la ocultación y reaparición del centro de Saturno fueron calculados por el USNO para las coordenadas del Obs. Cagigal de Caracas:

$$\varphi = 10^\circ\ 30'\ 24{,}4''\ N.$$
$$\lambda = 66^\circ\ 55'\ 39''\ W.$$
$$\lambda = -4^h\ 27^m\ 42{,}61^s.$$
$$h = +1.042{,}6\ m.$$