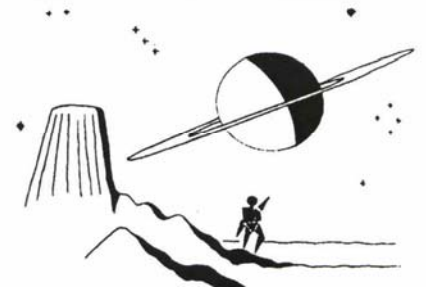




**SOVAFA**  
Sociedad Venezolana de  
Aficionados a la Astronomía



**Contacto con el Universo**

**FORMULAS Y PROGRAMA (HP-41CV) PARA EL CALCULO DE  
LOS ECLIPSES DE LUNA  
(ECLIPSE DE LUNA DEL 16 DE AGOSTO DE 1.989)**

**TOBIAS ARIAS**

FORMULAS Y PROGRAMA ( HP-41CV )  
PARA EL CALCULO DE LOS

E C L I P S E S D E L U N A

ECLIPSE TOTAL DE LUNA DEL 16 DE  
AGOSTO DE 1.989

\*\*\*\*\*

## Primera Parte.

### Fórmulas de Bessel para el cálculo.

Primero se calcula el instante en Días Julianos (DJ) en el cual se produce la Luna Llena, muy aproximadamente, mediante la fórmula ① del trabajo titulado "Los Eclipses de Sol. Cálculo de las características.", que forma parte de esta "Miscelánea Astronómica". Recordar que antes de calcular el DJ, hay que hallar el valor de  $K$  y luego el valor de  $T$ , pero la  $K$  encontrada hay que aumentarla en 0,5, que significa medio mes lunar.  $K$  y  $T$  están marcadas en el trabajo citado con los números ② y ③. En lo sucesivo, todas las fórmulas se referirán a ese trabajo.

Después se calcularán la anomalía media del Sol,  $M$ , la anomalía media de la Luna,  $M'$ , y el argumento de la latitud de la Luna,  $F$ . El valor de  $F$  nos dará una primera información acerca de la ocurrencia o no de un eclipse de Luna. Si  $F$  difiere en menos de  $14^\circ$  de  $180^\circ$ , habrá con certeza eclipse lunar. Si la diferencia es mayor de  $21^\circ$  no habrá eclipse. Entre estos dos valores, se producen todos los eclipses parciales y totales de Luna.

Hay una regla fija: si  $\text{sen } F' > 0,36$ , no se produce eclipse.

Para obtener el instante en que se produce el máximum del eclipse lunar, las correcciones que deberán añadirse al instante aproximado dado por la fórmula (1), son las mismas que se indican en la Pág. 4 del trabajo citado antes.

Después se calcularán las variables  $S, G, \gamma$  (gamma),  $u$ . En los eclipses de Luna la variable  $\gamma$  expresa la distancia mínima del centro de la Luna al eje de la sombra de la Tierra, en unidades del radio ecuatorial de ésta. La cantidad  $\gamma$  es positiva o negativa, según el centro de la Luna se encuentre al Norte o al Sur del eje de la sombra de la Tierra.

Con relación al valor de  $F'$ , es bueno añadir que si  $F' \approx 360^\circ$ , el eclipse tiene lugar cerca del nodo ascendente de la órbita de la Luna, y si  $F' \approx 180^\circ$ , el eclipse tiene lugar cerca del nodo descendente de la órbita de la Luna.

En la pag. 4 del trabajo sobre los eclipses de Sol ("Cálculo de las características"), están las fórmulas que sirven para determinar  $S, G, \gamma, u$ .

Los radios de la penumbra y de la umbra proyectadas por la Tierra, se calculan

3.

así:

para la penumbra:  $\rho = 1,2847 + u$ .

para la umbra:  $\sigma = 0,7404 - u$ .

$\rho =$  letra (rho).  $\sigma =$  letra sigma.

La magnitud de un eclipse lunar  
se halla por las fórmulas:  
eclipses penumbrados:

$$\mu_1 = \frac{1,5572 + u - \gamma}{0,5450}$$

eclipses en la umbra:

$$\mu_2 = \frac{1,0129 - (u + \gamma)}{0,5450}$$

Si la magnitud es negativa, esto indica que no hay eclipse, de una u otra clase.

La semi-duración de un eclipse parcial, o de la parcialidad en un eclipse total, se calcula así:

parámetros:  $P = 1,0129 - u$ .

$\gamma = 0,4679 - u$ .

$m = 0,5458 + 0,0400 \cdot \cos M'$ .

Luego, la semi-duración en minutos es:

$$\text{fase parcial: } \frac{1}{2} t_1 = \frac{60}{m} \sqrt{\rho^2 - \gamma^2}$$

$$\text{fase total: } \frac{1}{2} t_2 = \frac{60}{m} \sqrt{\gamma^2 - y^2}$$

## Segunda Parte.

Al Programa expuesto en el trabajo sobre los "Eclipses de Sol" ("Cálculo de las características"), sólo habrá que añadirte las siguientes instrucciones, con indicación del número cardinal respectivo:

16	INT		[ 0,7404		*
	0,5		RCL 11	m	0,5458
	-		σ -		+
	STO 00		[ STO 17		STO 19
	.....		[ 1,0129	20	[ RCL 17
	↑ DJ CORREC=		RCL 11		x ↑ 2
292	XEQ 01		P -		RCL 10
	[ 1,0129		[ STO 17		x ↑ 2
	RCL 10		[ 0,4679		-
	RCL 11	10	RCL 11		SQRT
	μ <sub>3</sub> +		γ -		60
	-		[ STO 18	1/2 parcialidad	*
	0,5450		[ RCL 03		RCL 19
	/		cos		/
300	- STO 16		4 E - 2	30	STO 20

	SEMIPARCIALID=		STO 21
	XEQ $\phi$ 1		SEMITOTALIDAD=
	RCL 18		LBL $\phi$ 1
	X $\uparrow$ 2		ARCL X
	RCL 1 $\phi$		AVIEW
	X $\uparrow$ 2		BEEP
	-	349	END
	SQRT		
	6 $\phi$		
	*		
	RCL 19		
	/		
34 $\phi$	$\frac{1}{2}$ Totalidad		

### Tercera Parte.

#### Cálculo del eclipse total de Luna del 16 de Agosto de 1989.

Lo primero que tenemos que advertir, es que el Programa diseñado para la HP-41CV nos permite saber en qué mes o meses se producirá un eclipse de Luna y de qué tipo será: penumbral o total.

¿Cómo sabremos en qué mes se producirá un eclipse de Luna? Al contestar a la pregunta "AAAA,MM?", la única que hace el Programa,

colocamos el año (hasta 4 cifras) y el mes, así, por ejemplo, pondremos 1.989,05 (esto es, 1.989, Mayo) para averiguar si en ese mes se producirá algún eclipse de Luna, y el resultado es el siguiente:

$$\sin \mathcal{A} = -0,837427 \therefore \mathcal{A} = -56,869406 \therefore$$

$\mathcal{A} = 123,130594$ .  $\mathcal{J} : 180^\circ - 123,130594 = 56,86941 > 21^\circ$ . Por tanto, no habrá eclipse. Además, al final del desarrollo del Programa aparece en pantalla la advertencia "DATA ERROR", y al quitar la modalidad PRGM aparece, a su vez, en pantalla la instrucción  $327 | \text{SQRT}$ , y al volver a colocar, vemos la cantidad  $-21,457042$ , o sea, que no se puede extraer la raíz cuadrada de una cantidad negativa, lo que nos dice que el presunto eclipse de Luna "es sólo imaginario", como se llaman las cantidades donde interviene  $\sqrt{-1}$ .

Ahora probemos para : 1.989,08 :

$T \text{ AAAA, MM ?}$	$= 1989,08$
$\sin \mathcal{A}$	$= -0,007829 \therefore \mathcal{A} = -0,4485732$
$\mathcal{A}$	$\text{STO } \phi 4 = 179,55143$ . (modo descendente)
$\gamma$ (gamma)	$\text{STO } \phi = -0,150428$ . (al Sur del eje de sombra de la Luna).
Magnitud del eclipse	$\text{STO } \phi 6 = 2,1480$ (veces mayor que $2R_L$ )
$D\mathcal{J}$ (aproximado)	$\text{STO } \phi 6 = 2.447.755,416$ .
$D\mathcal{J}$ (correcto)	$\text{STO } \phi 5 = 2.447.755,629$ .

$\frac{1}{2}$ parcialidad	STO 20 =	$106^m,554424 = 106^m 33^s,2.$
$\frac{1}{2}$ Totalidad	STO 21 =	$47^m,603388 = 47^m 36^s,2.$

Hora bien, la fracción 0,629 del Día Juliano correcto, que el Programa ha calculado, es el instante en el cual se produce el máximo del eclipse:

0,629 de día = 15,096 (horas) =  $3^h 05^m 45^s,6$   
del día siguiente, o sea, de la madrugada.

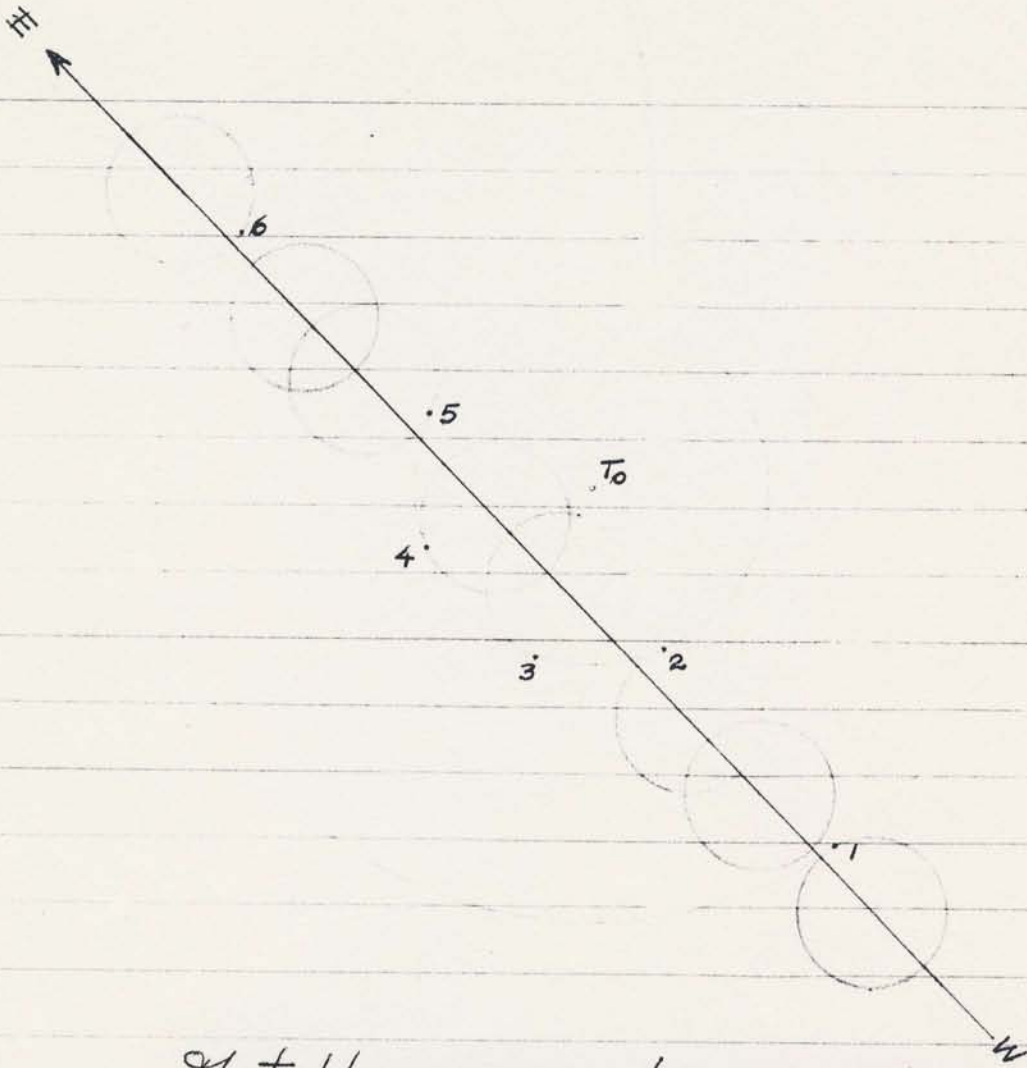
### Fecha del eclipse.

Hay varios métodos para hallar el Día Gregoriano correspondiente a un Día Juliano determinado, uno de ellos es el Programa "DIAGREG" para la calculadora HP-41CV, que compuse hace algunos años. Usando este Programa se encuentra:

$$(DJ) 2.447.755,629 = 1989,081713 (DJ) = 1989, \text{ Agosto } 17,13 = 1989, \text{ Agosto } 17, \text{ a las } 3^h 07^m 12^s \text{ (I.T.).}$$

Cualquiera de los instantes obtenidos, en la reducción de la fracción decimal 0,629 (días), son buenos, pero nos inclinamos por el instante que da la fracción del DJ:  $3^h 05^m 45^s,6$ .

En base a ella calcularemos los instantes de los 4 contactos, la duración de la parcialidad y de la totalidad y, desde luego, de todo el eclipse.



Estableceremos los conocidos conceptos:

$T_0$  = instante medio del eclipse.

Semi-duraci. de la parciali.	}	$T_1$ = instante del primer contacto con la penumbra.
		$T_2$ = " " " " " " umbra.
Duraci3n de la totalidad	}	$T_3$ = " " comienzo de la totalidad.
		$T_4$ = " " fin " " "
Semi-duraci3n de la parciali.	}	$T_5$ = " " iltimo contacto con la umbra.
		$T_6$ = " " " " " " penumbra.

De tal manera que:

$T_0 - T_2$  = semi-duraci3n de la parcialidad.  
 $T_0 - T_3$  = " " " " totalidad.  
 $T_4 - T_0$  = " " " " "

$$\begin{aligned} T_6 - T_5 &= \text{semi-duración tránsito penumbra.} \\ T_4 - T_3 &= \text{duración de la totalidad} \\ 2(T_6 - T_5) &= \text{" tránsito de la penumbra.} \\ T_6 - T_2 &= \text{" total del eclipse.} \end{aligned}$$

De modo que:

$$\begin{aligned} T_0 &= 3^h 05^m 45,6. \\ T_0 - T_2 &= 106^m 33,2. \\ T_4 - T_0 &= 47^m 36,2 \end{aligned}$$

Instantes de los contactos:

$$\begin{array}{r} T_0 = 1^h 125^m 45,6 \\ \hline - 106 \quad 33,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T_2 = 1^h 19^m 12,4 = \text{inst. del 1}^\circ \text{ contacto con la sombra.} \\ 3 \quad 05 \quad 45,6 \\ \hline + 47 \quad 36,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T_4 = 3^h 53^m 21,8 = \text{inst. del fin de la totalidad.} \\ 3 \quad 05 \quad 45,6 \\ \hline + 106 \quad 33,2 \end{array}$$

$$T_5 = 4^h 52^m 18,8 = \text{inst. cuando la Luna sale de la sombra.}$$

$$\begin{array}{r} T_0 = 2 \quad 65 \quad 45,6 \\ T_0 - T_3 = -47 \quad 36,2 \\ \hline T_3 = 2^h 18^m 09,4 = \text{comienzo de la totalidad.} \end{array}$$

Contactos con la penumbra:

$$\begin{array}{r} T_5 = 4^h 52^m 18,8. = 3 \quad 111 \quad 78,8 \\ T_4 = -3 \quad 53 \quad 21,8 = -3 \quad 53 \quad 21,8 \\ \hline 58 \quad 57,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} T_4 - T_0 = -47 \quad 36,2 \\ \hline 11 \quad 20,8. \end{array}$$

Deducimos que:

$$\gamma_6 = \gamma_5 + (\gamma_4 - \gamma_0) + [(\gamma_5 - \gamma_4) - (\gamma_4 - \gamma_0)] = 2\gamma_5 - \gamma_4.$$

O sea:  $2(4^h 52^m 18,8) - (3^h 53^m 21,8) = 5^h 51^m 15,8.$

$\gamma_6 = 5^h 51^m 15,8 =$  inst. cuando la Luna sale de la penumbra.

Análogamente:

$$\gamma_1 = \gamma_0 - (\gamma_0 - \gamma_2) - (\gamma_4 - \gamma_0) - [(\gamma_3 - \gamma_2) - (\gamma_4 - \gamma_0)] \therefore$$

$\gamma_1 = 2\gamma_2 - \gamma_3.$

O sea:  $2(1^h 19^m 12,4) - (2^h 18^m 09,4) = 0^h 20^m 15,4 =$   
inst. del 1º contacto de la Luna con la penumbra.

En H.L.V., tenemos:

1. La Luna entra en la penumbra =  $20^h 20^m 15,4$ . (16-08)
  2. Instante primer contacto con la sombra =  $21^h 19^m 12,4$
  3. Instante del comienzo de la totalidad. =  $22^h 18^m 09,4$ .
  4. Máximo del eclipse. =  $23^h 05^m 45,6$ .
  5. Fin de la totalidad. =  $23^h 53^m 21,8$
  6. Instante cuando la Luna sale de la sombra =  $0 52 18,8$ . (17-08)
  7. Instante cuando la Luna sale de la penumbra =  $1 51 15,8$ . (17-08)
-

Cálculo de los contactos, con adopción  
para el máximo del eclipse de:

$$3^h 07^m 12^s \text{ (T.U.)}$$

$$\begin{array}{r} \text{Como: } 3^h 07^m 12,0 \\ - 3^h 05^m 45,6 \\ \hline 1^m 26,4 \end{array}$$

Aumentaremos en esta cantidad todos los instantes antes obtenidos. De manera que:

$T_2 = 1^h$	$20^m$	$38,8$	= 1° contacto con la umbra.
$T_3 = 2$	$19$	$35,8$	= comienzo de la totalidad.
$T_4 = 3$	$54$	$48,2$	= fin de la totalidad.
$T_5 = 4$	$53$	$45,2$	= la Luna sale de la umbra.
$T_1 = 0$	$21$	$41,8$	= " " toca la penumbra.
$T_6 = 5$	$52$	$42,2$	= " " sale de la penumbra.

Luego:

$$\begin{array}{l} T_4 - T_3 = \text{duración de la totalidad} = 1^h 35^m 12,4. \\ T_6 - T_1 = \text{" " total del eclipse} = 5^h 31^m 0,4. \end{array}$$

Bibliografía:

- "Astronomical Formulae for Calculators": J. Meeus.  
"Los Eclipses": Paul Gouderc.

*A. H. M.*

16-06-1989.